

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ 2025/2026 УЧЕБНОГО ГОДА

ПО МАТЕМАТИКЕ

Код/шифр участника

М	-	9	-	9			
---	---	---	---	---	--	--	--

Терёшкина Анастасия Николаевна

(фамилия, имя, отчество)

9

(класс обучения)

9

(класс участия)

Муниципальное бюджетное общеоб-
разовательное учреждение Центр
образования "Саян" муниципаль-
ный округ 2. Партизанск Примор-
ский край

(полное наименование образовательной организации)

№9.2.

$$x(3x+y)^2 - 3(3x-y)^2 = 6xy(x+3)$$

$$x(9x^2 + 6xy + y^2) - 3(9x^2 - 6xy + y^2) = 6x^2y + 18xy$$

$$9x^3 + 6x^2y + xy^2 - 27x^2 + 18xy - 3y^2 - 6x^2y - 18xy = 0$$

$$9x^3 + xy^2 - 27x^2 - 3y^2 = 0$$

$$(9x^3 - 27x^2) + (xy^2 - 3y^2) = 0$$

$$9x^2(x-3) + y^2(x-3) = 0$$

$$(9x^2 + y^2)(x-3) = 0$$

$$9x^2 + y^2 = 0 \quad \text{или} \quad x-3 = 0$$

$$\begin{cases} 9x^2 = 0 \\ y^2 = 0 \end{cases}$$

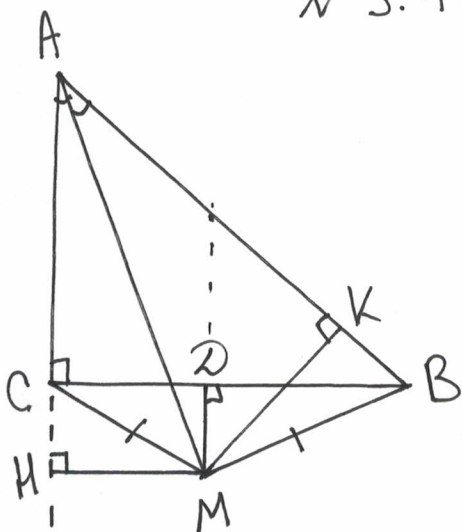
$$x=3, y \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

Ответ: $(0;0); (3;y), y \in \mathbb{R}$

✓

№9.4.



Дано: $\triangle ABC, \angle C = 90^\circ; M \notin \triangle ABC;$
AM - биссектриса, $\angle CAM =$
 $= \angle MAB; MB = MC$

Док-ть: $\triangle AMB$ - прямоугольный

Док-во:

Пусть $a = AC$; $b = BC$; $c = AB$.

1. $MB = MC \Rightarrow M$ ~~с~~^е серединному перпендикуляру к BC .
2. Пусть, D - середина BC , тогда MD - срединный перпендикуляр к $BC \Rightarrow MD \perp BC$
3. Т.к. $AC \perp BC \Rightarrow AC \parallel MD$.
4. Т.к. AM - биссектриса $\Rightarrow M$ равноудалена от AC и AB .
5. Проведём высоту MN к AC и высоту $МК$ к AB .
6. $MK = MN$ - из п. 4 и по св-ву биссектрисы.
7. $\angle MDC$:
 $\angle CNM = 90^\circ$, т.к. MN - высота.
 $\angle NCD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ - как смежный с $\angle ACB$.
 $\angle CDM = 90^\circ$ из п. 2.
 $\angle DMN = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 $\Rightarrow MDCN$ - ~~чет~~ прямоугольник.
8. из п. 7 $MN = DC$ и $CN = DM$
9. Т.к. D - середина $BC \Rightarrow CD = BD = \frac{1}{2} BC = MN$ из п. 8. и $MK = \frac{1}{2} BC$ из п. 6.
10. $\angle AMN$, $\angle ANM = 90^\circ$
 $AN = \frac{MN}{\tan \angle MAN}$

Пусть $\angle CAB = 2\alpha$, тогда $\angle MAH = \alpha$.

$$AH = \frac{MH}{\operatorname{tg} \angle \alpha} = \frac{0,5 BC}{\operatorname{tg} \angle \alpha}$$

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = (2\operatorname{tg}(\alpha) : (1 - \operatorname{tg}^2(\alpha)))$$

$$\text{В } \triangle ABC \quad \operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{BC}{AC} = \frac{b}{a}$$

Пусть, $t = \operatorname{tg}(\alpha)$.

$$\frac{b}{a} = \frac{2t}{(1-t^2) \cdot b(1-t^2)} = 2at \cdot bt^2 + 2at - b = 0$$

Решим ур-ие относительно t , тк α -острый угол, $t > 0$.

$$t = \frac{(-2a + \sqrt{4a^2 + 4b^2})}{2b} = \frac{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = t = \frac{(c-a)}{b}$$

$$AK = AH = \frac{0,5 BC}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{0,5 b}{(c-a) : b} = \frac{b^2}{2(c-a)}$$

$$AK = \frac{(c-a)(c+a)}{2(c-a)} = \frac{c+a}{2}$$

$$KB = AB - AK = c - (c+a) : 2 = 2(c-c-a) : 2 = \frac{c-a}{2}$$

$AK \cdot KB = \frac{b^2}{4} \Rightarrow MK^2 = AK \cdot KB \Rightarrow \triangle AMB$ - прямоугольный по обратному утверждению теоремы о высоте в прямоугольном \triangle -ке.

Ч.Т.Д.

№ 9.1.

Пусть длина разреза
равна x см.

Составим и решим ур-ие:

$$40 + 30 = 50 + 2x$$

$$70 = 50 + 2x$$

$$-2x = -20 \quad /: -1$$

$$2x = 20$$

$$x = 20 : 2$$

$$x = 10 \text{ см}$$

Ответ: 10 см

25

№ 9.5.

Максим.

Если на одной(ом) строке или столбце
будут более 3 шахек, то ^{можно} вычеркнуть
эту строку/столбец и остальные шахки
каждым последующим "ходом".

Если же попытаться не ставить в
один столбец/строку более 2 шахек,
то на каждой строке/столбце уже
будут стоять по минимуму 1 шахке
и нужно будет ставить ещё 2 шахки
 \Rightarrow в 2ух строках/столбцах будут по

2 шашки 100% => Макси.
может сначала вычеркнуть
строки/столбцы с 2 шашками

за 2 хода" и остальные 2 шашки ка-
ким последующим.

Больше комбинаций расстановки нет,
тк доска ограничена размерами 4×4 => Максим выигрывает.

№ 9.3.

Найдём, каким числом может быть
последняя цифра исходного числа.
Она не может равняться 0, тк пере-
вёрнутое число не может начинаться с
0. Она не может быть > 3 , тк утроенное
произведение обратного числа будет
или $>$ исходного. Способом подбора
можем понять, что 1 на конце исход-
ного числа стоять не может. Точно
также произойдёт и с 3. => последней
цифрой исходного числа будет 2. Что-
бы при вычитании из этого числа
и его утроенного обратного числа по-
лучалась 1, нужно чтобы при умножении
обратного числа на 3 ~~не~~

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «Сапсан»
муниципального округа город Партизанск Приморского края
(МБОУ ЦО «Сапсан» МО г. Партизанск)
692854, Приморский край, г. Партизанск, ул. Пушкинская, 82а
тел.: 8(42363) 6-57-33, e-mail: PrtzSchool50@yandex.ru
ОГРН 1022500802159 ИНН 2509010206
от _____ № _____
на № _____ от _____

на конце получалась 1. Способом подбора и логики поймём, что

1 на конце получится, если перемножить $7 \times 3 \Rightarrow$ первая цифра исходного числа является 7. Способом подбора находим последнюю вторую цифру исходного числа. Поймём что это цифра 4.

Проверка:

Исходное число - 742

Обратное число - 247

Утроенное произведение обратного числа - 741

Разность чисел - 1

35.

Ответ: 742

~	1	2	3	4	5	
	7	7	3	6	2	Итого 255.

Проверили:

Лапис Н.А. *ЛН*

Лузина В.С. *ВЛ*

Председатель комиссии: *РФ / Рвенских / Т.С.*